

## CADANGAN PREMI (*RESERVE*)

Seorang berusia 20 tahun membeli asuransi seumur hidup dengan santunan 10 juta rupiah jika dia meninggal, maka besar premi yang harus dibayar setiap tahun seumur hidup untuk membeli asuransi tersebut adalah :

$$P \ddot{a}_{20} = A_{20}$$

$$P \frac{N_{20}}{D_{20}} = 10000000 \frac{M_{20}}{D_{20}}$$

$$P = 10000000 \frac{M_{20}}{N_{20}} = 10000000 \frac{196657,1668}{15744215,69} = 124907,5665$$

Jadi tiap orang tersebut akan membayar premi sebesar 124907,5665 seumur hidup

Seorang berusia 20 tahun membeli asuransi berjangka 1 tahun dan tahun berikutnya membeli lagi asuransi berjangka 1 tahun, begitu seterusnya. Jika santunannya 10000000, maka premi yang harus dibayar adalah :

Tahun 1 (usia 20 tahun)  $\rightarrow P \ddot{a}_{20:1} = A'_{20:1}$

$$P = 10000000 \frac{M_{20} - M_{21}}{N_{20} - N_{21}} = 10000000 \frac{196657,1668 - 195280,6337}{15744215,69 - 15163553,27} = 23706,2541$$

Tahun 2 (usia 21 tahun)  $\rightarrow P \ddot{a}_{21:1} = A_{21:1}$

$$P = 1000000 \frac{M_{21} - M_{22}}{N_{21} - N_{22}} = 10000000 \frac{195280,6337 - 193897,0141}{15163553,27 - 14598429,87} = 24483,496$$

Dst.

Perbedaan premi dapat dilihat pada tabel berikut :

Tabel 1. Perbedaan Asuransi Seumur Hidup Premi Tahunan dan Asuransi Berjangka Diperbaiki Setiap Tahun Bagi Seorang Berusia 20 Tahun

X	Asuransi seumur hidup Premi tahunan	Asuransi Berjangka diperbaiki setiap tahun
20	124907,5665	23706,254
21	124907,5665	24483,496
22	124907,5665	25266,401
23	124907,5665	26148,166
24	124907,5665	27026,434

25	124907,5665	28098,731
26	124907,5665	29169,572
27	124907,5665	30343,742
28	124907,5665	31706,677
29	124907,5665	33166,584
30	124907,5665	34735,845
31	124907,5665	36395,407
32	124907,5665	38242,950
33	124907,5665	40196,806
34	124907,5665	42441,810
35	124907,5665	44779,596
36	124907,5665	47418,634
37	124907,5665	50246,769
38	124907,5665	53269,759
39	124907,5665	56680,643
40	124907,5665	60292,092
41	124907,5665	64289,913
42	124907,5665	68587,059
43	124907,5665	73263,647
44	124907,5665	78437,996
45	124907,5665	83994,395
46	124907,5665	90045,027
47	124907,5665	96685,688
48	124907,5665	103807,547
49	124907,5665	111703,235
50	124907,5665	<b>120191,653</b>
51	124907,5665	<b>129462,488</b>
52	124907,5665	139511,792
53	124907,5665	150540,632
54	124907,5665	162440,283
55	124907,5665	175410,047
56	124907,5665	189554,912
57	124907,5665	204877,229
58	124907,5665	221566,699
59	124907,5665	239703,210
60	124907,5665	259415,628
61	124907,5665	280786,754
62	124907,5665	304196,218
63	124907,5665	329372,135
64	124907,5665	356885,166
65	124907,5665	386727,639
66	124907,5665	419126,747
67	124907,5665	454252,156

68	124907,5665	492290,822
69	124907,5665	533648,533
70	124907,5665	578543,085
71	124907,5665	627015,219
72	124907,5665	679614,595
73	124907,5665	736582,218
74	124907,5665	798152,963
75	124907,5665	864791,464
76	124907,5665	936774,814
77	124907,5665	1014540,903
78	124907,5665	1098450,256
79	124907,5665	1188893,188
80	124907,5665	1286356,747
81	124907,5665	1391210,826
82	124907,5665	1503972,512
83	124907,5665	1625050,017
84	124907,5665	1754968,427
85	124907,5665	1893945,857
86	124907,5665	2042657,707
87	124907,5665	2201278,516
88	124907,5665	2370706,681
89	124907,5665	2550644,350
90	124907,5665	2741401,393
91	124907,5665	2943682,044
92	124907,5665	3157471,406
93	124907,5665	3382078,314
94	124907,5665	3619559,603
95	124907,5665	3865500,364
96	124907,5665	4362875,312
97	124907,5665	5348865,429
98	124907,5665	7069922,584
99	124907,5665	9756170,358

Terlihat pada tahun-tahun permulaan premi yang dibayarkan pada asuransi berjangka 1 tahun lebih rendah daripada premi asuransi seumur hidup, berarti premi yang terkumpul pada asuransi seumur hidup pada tahun-tahun awal jauh melampaui santunan yang harus dibayarkan perusahaan asuransi, sehingga terkumpul sejumlah dana di perusahaan asuransi yang disebut **CADANGAN**

Cadangan ini nantinya akan digunakan oleh perusahaan untuk membayar santunan bagi anggota yang meninggal, karena terlihat dari table pada usia-usia tua (pada contoh ini

mulai usia 50 tahun) premi yang diterima perusahaan jauh melampaui santunan yang harus dibayarkan.

Berikut akan diberikan gambaran perhitungan cadangan secara manual

Premi asuransi berjangka 5 tahun bagi seorang berusia 20 tahun santunan 10 juta rupiah pembayaran premi tahunan selama 5 tahun adalah 25280,93

Tabel 2. Perhitungan Manual Cadangan Akhir Tahun Asuransi Berjangka 5 Tahun Untuk Orang Usia 20 Tahun

Jangka Waktu (Umur)	$l_x$ (1)	$d_x$ (2)	Premi yang dibayarkan (3)=(1)*P	Cadangan Awal Tahun (4)=(3)+(7) <sub>n-1</sub>	Bunga Setahun (5)=2,5%*(4)	Santunan yang Dibayarkan (6)=100*(2)	Jml Cadangan Akhir Tahun (7)=(4)+(5)-(6)	Cadangan Akhir Tahun (8)=(7)/(1)-(2)
1(20)	951483	2312	24054374242.8515	24054374242.8515	601359356	2312000000	1535733598.9228	1618
2(21)	949171	2382	23995924734.8209	25531658333.7437	638291458	2382000000	2349949792.0873	2482
3(22)	946789	2452	23935705561.7548	26285655353.8421	657141384	2452000000	2422796737.6882	2566
4(23)	944337	2531	23873716723.6532	26296513461.3413	657412837	2531000000	1643926297.8749	1746
5(24)	941806	2609	23809730692.1543	25453656990.0291	636341425	2609000000	-1585.2201	-0.00169

Premi asuransi endowment 5 tahun bagi seorang berusia 20 tahun santunan 10 juta rupiah pembayaran premi tahunan selama 5 tahun adalah 1866372,11

Tabel 3. Perhitungan Manual Cadangan Akhir Tahun Asuransi Endowment 5 Tahun Untuk Orang Usia 20 Tahun

Jangka Waktu (Umur)	$l_x$ (1)	$d_x$ (2)	Premi yang dibayarkan (3)=(1)*P	Cadangan Awal Tahun (4)=(3)+(7) <sub>n-1</sub>	Bunga Setahun (5)=2,5%*(4)	Santunan yang Dibayarkan (6)=100*(2)	Jml Cadangan Akhir Tahun (7)=(4)+(5)-(6)	Cadangan Akhir Tahun (8)=(7)/(1)-(2)
1(20)	951483	2312	1775821339295.67	1775821339295.67	44395533482.39	2312000000	1797096872778.06	1893333.10
2(21)	949171	2382	1771506286965.31	3568603159743.37	89215078993.58	2382000000	3633998238736.95	3838234.54
3(22)	946789	2452	1767060588586.88	5401058827323.83	135026470683.10	2452000000	5511565298006.92	5836439.00
4(23)	944337	2531	1762484244160.38	7274049542167.31	181851238554.18	2531000000	7430590780721.49	7889725.46
5(24)	941806	2609	1757760456336.79	9188351237058.28	229708780926.46	2609000000	9391970017984.74	10000000.02

Terlihat pada akhir jangka waktu untuk asuransi seumur hidup cadangan akhir tahun (Tabel 2) adalah 0 (-0.00169) dan untuk asuransi endowment (Tabel 3) adalah 10 juta (10000000.02).

Beberapa cara menghitung Cadangan Akhir Tahun :

1. Metode Restrospektif, yaitu nilai premi yang lalu (telah dibayarkan) yang dibungakan dikurangi dengan nilai santunan yang lalu yang dibungakan.

Cadangan retrospektif diartikan juga dengan perhitungan cadangan berdasarkan jumlah total pendapatan di waktu yang lalu sampai saat dilakukan perhitungan cadangan dikurangi dengan jumlah pengeluaran di waktu yang lampau, untuk tiap pemegang polis.

$${}_tV = P {}_tU_x - {}_tk_x$$

dengan  ${}_tV$  = cadangan akhir asuransi pada akhir tahun ke  $t$

$x$  = usia waktu polis dikeluarkan

$P$  = premi bersih tahunan untuk seorang berusia  $x$  tahun

$${}_tU_x \text{ adalah dana tonti, dengan } {}_tU_x = \frac{N_x - N_{x+t}}{D_{x+t}}$$

$${}_tk_x = B \frac{M_x - M_{x+t}}{D_{x+t}} \text{ dengan } B = \text{besar santuan}$$

Apabila jangka waktu pembayaran ( $n$ ) lebih pendek daripada jangka waktu asuransi ( $m$ ), maka cadangan akhir tahun ke  $t$  dengan  $t \geq n$  untuk metode retrospektif adalah

$${}_tV = P \frac{N_x - N_{x+n}}{D_{x+t}} - {}_tk_x$$

2. Metode Prospektif, yaitu nilai tunai santunan yang akan datang dikurangi dengan nilai tunai premi yang akan datang

Cadangan prospektif dapat juga diartikan perhitungan cadangan dengan berdasarkan nilai sekarang dari semua pengeluaran di waktu yang akan datang dikurangi dengan nilai sekarang total pendapatan di waktu yang akan datang untuk tiap pemegang polis.

$${}_tV = A_{x+t} - P \ddot{a}_{x+t}$$

dengan  ${}_tV$  = cadangan akhir asuransi pada akhir tahun ke  $t$

$P$  = premi bersih tahunan untuk seorang berusia  $x$  tahun

$A_{x+t}$  adalah santunan yang akan datang pada usia  $x+t$

$\ddot{a}_{x+t}$  adalah nilai tunai pada usia  $x+t$  sisa premi mendatang

$A_{x+t}$  dan  $\ddot{a}_{x+t}$  dapat berubah sesuai dengan jenis asuransi dan lamanya pembayaran premi (anuitas):

1. Untuk asuransi seumur hidup pembayaran premi seumur hidup untuk seseorang yang berusia  $x$ , maka cadangan akhir tahun ke- $t$  adalah :

$${}_tV = A_{x+t} - P \ddot{a}_{x+t}$$

2. Untuk asuransi seumur hidup pembayaran premi  $n$  tahun untuk seseorang yang berusia  $x$ , maka cadangan akhir tahun ke- $t$  adalah :

$${}_tV = A_{x+t} - P \ddot{a}_{x+t:n-t}$$

3. Untuk asuransi jangka waktu  $m$  tahun pembayaran premi  $n$  tahun untuk seseorang yang berusia  $x$ , maka cadangan akhir tahun ke- $t$  adalah :

$${}_tV = A'_{x+t:m-t} - P \ddot{a}_{x+t:n-t}$$

4. Untuk asuransi dwiguna (endowment)  $m$  tahun pembayaran premi  $n$  tahun untuk seseorang yang berusia  $x$ , maka cadangan akhir tahun ke- $t$  adalah :

$${}_tV = A_{x+t:m-t} - P \ddot{a}_{x+t:n-t}$$

3. Metode Fackler, menggunakan cadangan tahun sebelumnya dengan rumus :

$${}_{t+1}V = ({}_tV + P) U_{x+t} - k_{x+t}$$

dengan  ${}_tV$  = cadangan akhir asuransi pada akhir tahun ke  $t$

${}_{t+1}V$  = cadangan akhir asuransi pada akhir tahun ke  $t+1$

$P$  = premi bersih tahunan untuk seorang berusia  $x$  tahun

Sedangkan cadangan akhir tahun untuk pembayaran premi dibayar  $c$  kali dalam setahun adalah :

$${}_tV^{(c)} = {}_tV \left( 1 + \frac{c-1}{2c} P^{(c)} \right)$$

dengan  ${}_tV$  = cadangan akhir asuransi pada akhir tahun ke  $t$

$P^{(c)}$  = premi bersih  $c$  kali dalam setahun untuk seorang berusia  $x$  tahun (untuk 1 rupiah)

Cara apapun yang dipilih mempunyai pengaruh yang sama.

Contoh :

Hitunglah cadangan akhir tahun ke-4 dan ke-5 suatu asuransi jangka waktu 5 tahun pembayaran premi tahunan selama 5 tahun santunan 10 juta rupiah bagi seorang berusia 20 tahun dengan metode restrospektif, prospektif dan fackler.

Penyelesaian :

Dari perhitungan sebelumnya diketahui premi tahunan yang dibayarkan adalah 25280,93

**Metode Restrospektif :**

Cadangan akhir tahun ke-4 :

$${}_4V = P {}_4U_{20} - {}_4k_{20} = P \frac{N_{20}-N_{24}}{D_{24}} - B. \frac{M_{20}-M_{24}}{D_{24}}$$

$${}_4V = 25280,93. \frac{15744215,69-13513320,42}{520701,32} - 10000000. \frac{196657,1668-191108,1450}{520701,32} = 1745,51$$

Cadangan akhir tahun ke-5 :

$${}_5V = P {}_5U_{20} - {}_5k_{20} = P \frac{N_{20}-N_{25}}{D_{25}} - B. \frac{M_{20}-M_{25}}{D_{25}}$$

$${}_5V = 25280,93. \frac{15744215,69-12992619,10}{506594,02} - 10000000. \frac{196657,1668-189700,8750}{506594,02} = 0,005 \approx 0$$

**Metode Prospektif :**

Cadangan akhir tahun ke-4 :

$${}_4V = A'_{24:1} - P \ddot{a}_{24:1} = B. \frac{M_{24}-M_{25}}{D_{24}} - P \frac{N_{24}-N_{25}}{D_{24}}$$

$${}_4V = 10000000. \frac{191108,1450-189700,8750}{520701,32} - 25280,93. \frac{13513320,42-12992619,10}{520701,32} = 1745,5$$

Cadangan akhir tahun ke-5 :

$${}_5V = A'_{25:0} - P \ddot{a}_{25:0} = B. \frac{M_{25}-M_{25}}{D_{25}} - P \frac{N_{25}-N_{25}}{D_{25}} = 0$$

**Metode Fackler :**

Cadangan akhir tahun pertama :

$${}_1V = P. U_{20} - k_{20} = P \frac{N_{20}-N_{21}}{D_{21}} - B. \frac{M_{20}-M_{21}}{D_{21}}$$

$${}_1V = 25280,93. \frac{15744215,69-15163553,27}{565123,40} - 10000000. \frac{196657,1668-195280,6337}{565123,40} = 1617,97$$

Cadangan akhir tahun ke-2 :

$${}_2V = ({}_1V + P). U_{21} - k_{21} = (0,46368 + P) \frac{N_{21}-N_{22}}{D_{22}} - B. \frac{M_{21}-M_{22}}{D_{22}}$$

$${}_2V = (1617,97 + 25280,93). \frac{15163553,27-14598429,87}{549956,28} - 10000000. \frac{195280,6337-193897,0141}{549956,28}$$

$$= 2482,02$$

Dst  ${}_3V$ ,  ${}_4V$  dan  ${}_5V$  (sesuaikan/cocokan dengan table 2)

2. Hitunglah cadangan akhir tahun ke-4 dan ke-5 suatu asuransi endowment jangka waktu 5 tahun pembayaran premi tahunan selama 5 tahun santuan 10 juta rupiah

bagi seorang berusia 20 tahun dengan metode restrospektif, prospektif dan fackler. (sesuaikan/cocokan dengan table 3)

3. Hitunglah cadangan akhir tahun ke-1, ke-4 dan ke-7 suatu asuransi berjangka waktu 10 tahun santuan 10 juta rupiah pembayaran premi tahunan 5 tahun bagi seorang berusia 40 tahun dengan metode restrospektif dan prospektif.
4. Hitunglah cadangan akhir tahun ke-5, ke-6 dan ke-10 suatu asuransi endowment 10 tahun santuan 10 juta rupiah pembayaran premi tahunan 5 tahun bagi seorang berusia 40 tahun dengan metode restrospektif.
5. Hitunglah cadangan akhir tahun ke 4, ke 8 dan ke 15 dari suatu asuransi seumur hidup dengan santunan 20 juta rupiah dengan pembayaran premi bulanan bagi seorang berusia 30 tahun.
6. Hitunglah cadangan akhir tahun ke 3 dan ke 7 dari suatu asuransi berjangka 15 tahun dengan santunan 10 juta rupiah pembayaran premi per 3 bulan selama 5 tahun bagi seorang berusia 33 tahun.

Selain cadangan akhir tahun, untuk tujuan pembukuan sering diperlukan perhitungan Cadangan Awal Tahun (cadangan yang dihitung pada permulaan tahun), Cadangan Rataan (cadangan yang dihitung pada pertengahan tahun) yang dapat dianggap sebagai rata-rata dari jumlah cadangan awal dan cadangan akhir.

Cadangan awal tahun ke t, disimbolkan  ${}_tI$ , ditentukan sebagai cadangan pada permulaan tahun polis, tepat sesudah premi tahun tersebut selesai dibayar (premi dibayar tahunan), sehingga diperoleh :

$${}_tI = {}_{t-1}V + P$$

Jika pembayaran premi telah lunas, maka :  ${}_tI = {}_{t-1}V$

Sedangkan untuk cadangan rata-rata :

$${}_{t+1/2}V = \frac{1}{2} ({}_tV + P + {}_{t+1}V)$$

Berikut adalah hubungan antara cadangan awal dan akhir serta jumlah bersih yang dipertanggungjawabkan yang diturunkan dari rumus Fackler.

$$\begin{aligned} {}_{t+1}V &= ({}_tV + P) U_{x+t} - k_{x+t} \\ &= {}_{t+1}I \frac{D_{x+t}}{D_{x+t+1}} - \frac{C_{x+t}}{D_{x+t+1}} \\ &= {}_{t+1}I \frac{v^{x+t} l_{x+t}}{v^{x+t+1} l_{x+t+1}} - \frac{v^{x+t+1} d_{x+t}}{v^{x+t+1} l_{x+t+1}} \\ &= {}_{t+1}I \frac{v^{x+t} l_{x+t}}{v^{x+t+1} l_{x+t+1}} - \frac{v^{x+t+1} d_{x+t}}{v^{x+t+1} l_{x+t+1}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{{}_{t+1}I(1+i)}{p_{x+t}} - \frac{l_{x+t} - l_{x+t+1}}{l_{x+t+1}} \\
&= \frac{{}_{t+1}I(1+i)}{p_{x+t}} - \frac{l_{x+t} - l_{x+t+1}}{l_{x+t}} \frac{l_{x+t}}{l_{x+t+1}} \\
&= \frac{{}_{t+1}I(1+i)}{p_{x+t}} - q_{x+t} \frac{1}{p_{x+t}}
\end{aligned}$$

$${}_{t+1}V \cdot p_{x+t} = {}_{t+1}I(1+i) - q_{x+t}$$

$${}_{t+1}V \cdot (1 - q_{x+t}) = {}_{t+1}I(1+i) - q_{x+t}$$

Sehingga  ${}_{t+1}V = \frac{{}_{t+1}I(1+i) - q_{x+t}}{1 - q_{x+t}}$

dimana  $1 - q_{x+t}$  disebut jumlah bersih yang dipertanggungkan pada tahun polis ke (t+1)

$q_{x+t}$  ( $1 - q_{x+t}$ ) disebut biaya asuransi didasarkan atas jumlah bersih yang dipertanggungkan

Contoh :

7. Suatu polis asuransi jiwa seumur hidup untuk seorang berusia 35 tahun santunan 20 juta rupiah pembayaran premi 10 tahun. Hitunglah cadangan awal tahun ke 3 dan cadangan rata-rata ke 6.
8. Hitunglah cadangan rata-rata pertama untuk asuransi seumur hidup sebesar 2 juta rupiah dikeluarkan bagi orang berusia 18 tahun bila pembayaran premi tahunan selama 20 tahun.
9. Hitunglah biaya asuransi didasarkan atas jumlah bersih yang dipertanggungkan dari soal no. 8 pada tahun polis pertama.
10. Hitunglah cadangan rata-rata ke 20 dari suatu asuransi seumur hidup dengan santunan 10 juta rupiah bagi seseorang berusia 45 tahun, pembayaran premi tahunan 15 tahun.
11. Hitunglah cadangan rata-rata ke 10 dari suatu asuransi jangka waktu 20 tahun dengan santunan 10 juta rupiah bagi seseorang berusia 45 tahun, pembayaran premi tahunan 12 tahun.
12. Hitunglah biaya asuransi didasarkan atas jumlah bersih yang dipertanggungkan dari soal no. 11 pada tahun ke 10.