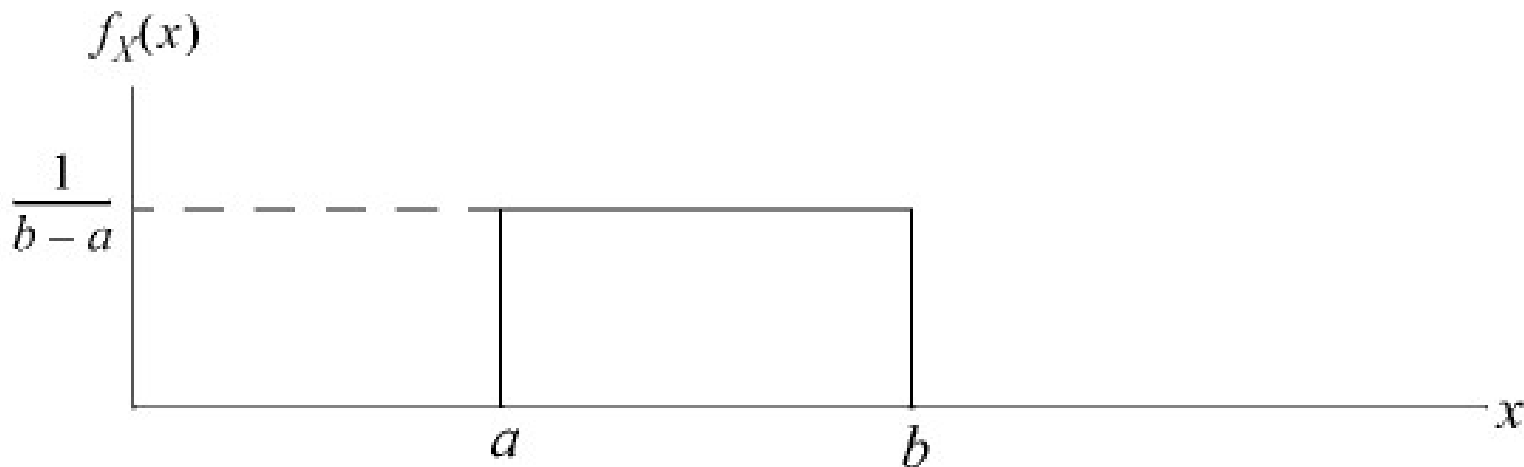


# Pengantar Probablitas

Dosen : Rochdi Wasono

Menghitung Probablitas pada variabel Kontinyu:



$$P(a < X < b) = \int_a^b f(X) dx$$

Misal jika diberikan  $f(x) = \frac{1}{b-a}$ , pada  $2 < X < 4$ , maka

$$P(2 < X < 4) = \int_2^4 f(X) dx = \int_2^4 \frac{1}{b-a} dx = \frac{x}{b-a} \Big|_2^4 = \frac{2}{b-a}$$

# HARGA HARAPAN (EXPECTED VALUE)

## Definisi: Harga Harapan

Jika  $X$  adalah suatu *Variabel Random Diskrit* dengan fungsi probabilitasnya  $f(x)$  maka Harga Harapan (Expected Value) dari  $X$  adalah

$$E[X] = \sum_X x f(X)$$

contoh

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P(X=x)	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36
xf(x)	2.1/36	3.2/36	.	.	.	.					

Contoh :

Suatu variabel random diskrit  $X$  mempunyai fungsi probabilitas berbentuk:

$$f(x) = \frac{1}{33}(8-x) \text{ untuk } x=0,1,2,3,4,5 \text{ dan } 0 \text{ untuk lainnya.}$$

a. Cari konstan  $E[X]$

Jawab:

$$E[X] = \sum_X x f(X) \text{ sehingga jika } f(x) = \frac{1}{33}(8-x) \text{ maka}$$

$$= \sum_X x \frac{1}{33} (8-x) = 0 \cdot \frac{1}{33} (8-0) \dots + 5 \cdot \frac{1}{33} (8-5)$$

= . . .

$$E[X] = \text{Mean} = \text{rerata} = \mu$$

Harga harapan suatu fungsi:

Jika  $X$  variable random dengan fungsi probabilitasnya  $f(X)$  dan  $u(X)$  adalah suatu fungsi, maka

$$E[u(X)] = \sum_X u(X) f(X)$$

**Contoh :**

Diberikan fungsi probabilitas dari variable random  $X$  adalah:

$$f(X) = x/15 ; x=1, 2, 3, 4, 5$$

Hitunglah  $E[X(X-1)]$

Jawab:

$$E[X(X-1)] = \sum X(X-1)f(X) = \sum_1^5 X(X-1)X/15$$

$$= 1 \cdot (1-1) \cdot 1/15 + 2(2-1) \cdot 2/15 + \dots + 5(5-1) \cdot 5/15$$

$$= 280/15$$

# Harga harapan variable kontinyu :

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(X) dx$$

Contoh:

A continuous random variable  $X$  has pdf given by  $f(x) = 12(1-x)X^2$ , if  $0 < X < 1$  and zero otherwise.

Find  $E[X]$

Answer :

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(X) dx$$

$$= \int_0^1 x 12(1-x)X^2 dx = 12 \int_0^1 (X^3 - X^4) dx$$

= . . .

Jika  $f(X)$  fungsi densitas dan  $u(X)$  suatu fungsi maka:

$$E[u(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} u(X) f(X) dx$$

contoh:

Fungsi densitas dari variable random X berbentuk

$$f(X) = 2(1-x); 0 < x < 1$$
$$= 0 \quad ; \quad x \text{ lainnya}$$

Cari  $E[X(X+1)]$

Jawab:

$$E[X(X+1)] = \int_0^1 X \cdot (X + 1) f(X) dx$$
$$= \int_0^1 X \cdot (X + 1) 2(1 - X) dx$$
$$= \dots$$

### Sifat-sifat Harga Harapan

1. Jika  $c$  sebuah konstanta, maka  $E(c) = c$
2. Jika  $c$  konstanta dan  $u(X)$  fungsi dari  $X$ , maka :  
$$E[c \cdot u(X)] = c \cdot E[u(X)]$$
3. Jika  $c_1$  dan  $c_2$  adalah konstanta dan  $u_1(X)$  dan  $u_2(X)$  adalah fungsi dari  $X$ , maka:  
$$E[c_1 u_1(X) + c_2 u_2(X)] = c_1 E[u_1(X)] + c_2 E[u_2(X)]$$

## Latihan:

1. Let  $X$  be a variable random with discrete pdf  $f(X)=X/8$  , jika  $x=1,2,5$  and zero otherwise:

a) Find  $P(X<2)$  ; b)  $E[X]$  ;  $E[2X + 3]$

2. Diberikan fungsi probabilitas dari  $X$  berbentuk:

$$P(X) = 2\left(\frac{1}{3}\right)^X ; X = 1, 2, 3, \dots$$

a) Hitung  $E[3X + 2]$       b) Hitung  $E[x^2 - 2X + 3]$ .

3. Diberikan fungsi densitas dari variable random  $Y$  berbentuk:

$$\begin{aligned} f(Y) &= (1/8)(Y+1) ; 2 < Y < 4 \\ &= 0 ; Y \text{ lainnya} \end{aligned}$$

4. Let  $X$  be continuous with pdf  $f(X)= 3e^{-3X}$  , if  $0 < X < \infty$  and zero otherwise

a) Find  $P(0<X<3)$  ; b)  $E[X]$     c)  $E[3X + 1]$