

Anuitas

Anuitas adalah serangkaian pembayaran yang dilakukan dalam selang waktu yang sama. Pembayaran dapat dilakukan tiap bulan, 3 bulan, 6 bulan atau tahunan. Besar pembayaran tiap periode bisa sama (Anuitas Datar) dan bisa juga tidak sama (Anuitas Berubah)

Anuitas Hidup

// Simbol Perantara / Simbol Komutasi //

Anuitas yang pembayarannya dikaitkan dengan mati / hidupnya seseorang. Pembayaran dilakukan jika orang yang memiliki anuitas masih hidup (Anuitas Datar dan Anuitas Berubah) Berdasarkan jangka waktu, pembayaran anuitas hidup terdiri dari pembayaran tahunan dan pembayaran beberapa kali tahun.

$$D_x = v^x \cdot l_x$$

$$N_x = \sum_{j=0}^{\infty} D_{x+j} = D_x + D_{x+1} + \dots + D_w$$

$$S_x = \sum_{j=0}^{\infty} N_{x+j} = N_x + N_{x+1} + \dots + N_w$$

$$= \sum_{j=0}^{\infty} (1+j) D_{x+j} = D_x + 2D_{x+1} + 3D_{x+2} + \dots + D_w$$

Macam Anuitas Hidup:

- 1) Anuitas seumur hidup
- 2) Endowmen murni
- 3) Anuitas berjangka
- 4) Anuitas ditunda

$$C_x = v^{x+1} \cdot dx$$

$$M_x = \sum_{j=0}^{\infty} C_{x+j} = C_x + C_{x+1} + \dots + C_w$$

$$R_x = \sum_{j=0}^{\infty} M_{x+j} = M_x + M_{x+1} + \dots + M_w$$

$$= \sum_{j=0}^{\infty} (1+j) C_{x+j} = C_x + 2C_{x+1} + 3C_{x+2} + \dots + C_w$$

Anuitas Datar

Besar pembayaran anuitas hidup yang sama tiap periode. Pembayaran dapat dilakukan tahunan maupun beberapa kali setahun yang masing² terdiri dari anuitas seumur hidup, endowmen murni, anuitas berjangka dan anuitas ditunda.

dengan: $v = (1+i)^{-1}$, i = suku bunga (%)

l_x = jumlah orang yang tepat berusia x tahun

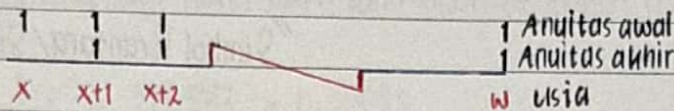
dx = jumlah orang yg meninggal antara usia x dan $x+1$ tahun

Pembayaran tahunan

Anuitas dengan pembayaran sekali dalam setahun selama jangka waktu yang ditentukan.

Anuitas Seumur Hidup

Anuitas seumur hidup adalah rangkaian pembayaran yang dilakukan selama seorang masih hidup pada waktu jatuhnya pembayaran. Pembayaran bisa dilakukan tiap awal tahun (Anuitas Awal Seumur Hidup) dan tiap akhir tahun (Anuitas Akhir Seumur Hidup)



$$\ddot{a}_x = 1 + a_x$$

dengan: \ddot{a}_x = Nilai tunai anuitas awal seumur hidup seseorang yang berusia x tahun

a_x = Nilai tunai anuitas akhir seumur hidup seseorang yang berusia x tahun

// Nilai tunai Anuitas Akhir / Premi Tunggal Bersih //

$$a_x = 1 \cdot v^1 \cdot P_x + 1 \cdot v^2 \cdot 2P_x + 1 \cdot v^3 \cdot 3P_x + \dots + 1 \cdot v^{w-x} \cdot w \cdot P_x$$

$$= \frac{v \cdot l_{x+1}}{l_x} + \frac{v^2 \cdot l_{x+2}}{l_x} + \frac{v^3 \cdot l_{x+3}}{l_x} + \dots + \frac{v^w \cdot l_w}{l_x}$$

$$= \frac{v^{x+1} \cdot l_{x+1} + v^{x+2} \cdot l_{x+2} + v^{x+3} \cdot l_{x+3} + \dots + v^w \cdot l_w}{v^x \cdot l_x}$$

$$= \frac{D_{x+1} + D_{x+2} + D_{x+3} + \dots + D_w}{D_x}$$

$$= \frac{N_{x+1}}{D_x}$$

dengan: ${}_n P_x$ = Peluang seseorang hidup n tahun lagi

$v \cdot n P_x$ = Bunga

// Nilai Anuitas Awal //

$$\ddot{a}_x = 1 + a_x$$

$$= 1 + \frac{N_{x+1}}{D_x}$$

$$= \frac{D_x + N_{x+1}}{D_x}$$

$$= \frac{N_x}{D_x}$$

Contoh: Ali pensiun pd usia 55 tahun dan menerima pesangon sebesar 40 jt rupiah. Uang ini dibelikan anuitas seumur hidup. Berapa besar penerimaan yang akan diterima Ali tiap awal bulan?

Jawab: $40.000.000 = \ddot{a}_{55}$

$$40.000.000 = B \frac{N_{55}}{D_{55}}$$

$$B = 40.000.000 \left(\frac{193.940,61}{2.759.768,79} \right)$$

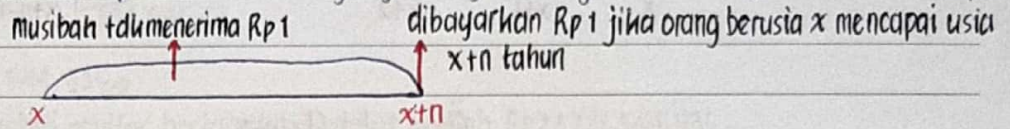
$$= 2.816.070,963 //$$

∴ Tiap awal bulan seumur hidup, Ali akan menerima uang sebesar

$$\text{Rp } 2.816.070,963 //$$

Endowmen Murni

Endowmen murni adalah suatu pembayaran yang dilakukan pada akhir suatu jangka waktu tertentu bagi seseorang bila dia hidup mencapai akhir jangka waktu tersebut. Jika sebelum akhir jangka waktu tsb orang itu meninggal, maka tidak ada pembayaran. Tetapi, jika ia mencapai usia $x+n$ tahun, ia akan menerima pembayaran sebesar Rp 1. Anuitas diperoleh di tahun yang diinginkan, jika blm sampai maka tdk dapat.



nilai tunai endowmen murni x tahun proses ipad lowe tahun nilai $= nEx$: dapat

$$nEx = v^n \cdot nPx$$

$$= v^n \cdot l_{x+n}$$

$$= \frac{v^{x+n} \cdot l_{x+n}}{v^x l_x}$$

$$= \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

dengan : nEx = Nilai tunai suatu endowmen murni yg dikeluarkan bagi seseorang usia x slm jangka waktu n tahun / nilai tunai dari 1 v^n

nPx = Peluang dibayarkan bila seorang berusia x tahun mencapai usia $x+n$ tahun.

Contoh:

Ali usia 42 tahun membeli endowmen murni dengan maksud jika dia masih hidup pada usia 60 tahun, dia akan memperoleh uang sebesar 25 juta rupiah. Hitung besar uang yang harus dibayar Ali untuk membeli endowmen murni tersebut!

Jawab:

$${}_{18}E_{42} = 25.000.000 \frac{D_{60}}{D_{42}}$$

$$= 25.000.000 \left(\frac{154.046,23}{309.415,51} \right)$$

$$= 12.457.420,917 //$$